2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

試験時間：9 時 00 分～11 時 00 分　(Examination Time : From 9:00 to 11:00)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み 5 枚あります。

Notices

1. There are 5 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Answer all the questions.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）

広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University

Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 1 (Question 1)

(1) 連立 1 次方程式 $M\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える．ただし，

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & a^2+1 \\ 3 & 2 & 17 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} -7 \\ 6a \\ 11 \end{bmatrix}$$

である．

(1-1) 連立 1 次方程式がただ一つの解をもつように a の値を定めよ．

(1-2) 連立 1 次方程式が解をもたないように a の値を定めよ．

(1-3) 連立 1 次方程式が無限に多くの解をもつとき，連立 1 次方程式の解を求めよ．

(1-4) $M = P+Q$ を満たすように，対称行列 P と交代行列 Q を定めよ．なお，P と Q は，${}^tP = P$ と ${}^tQ = -Q$ を満たすとき，それぞれ対称行列と交代行列と呼ばれる．ここで，${}^tR$ は正方行列 R の転置をあらわす．

(2) A を対称行列，B を交代行列とする．

(2-1) A が正則のとき，A^{-1} は対称行列であることを示せ．

(2-2) B が $(2n+1)$ 次正方行列のとき，B の行列式は 0 であることを示せ．ただし，$n \geq 1$ は自然数である．

(1) Consider a linear system $M\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, where

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & a^2+1 \\ 3 & 2 & 17 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} -7 \\ 6a \\ 11 \end{bmatrix}.$$

(1-1) Determine the value of a for which the linear system has exactly one solution.

(1-2) Determine the value of a for which the linear system has no solutions.

(1-3) Solve the linear system when it has infinitely many solutions.

(1-4) Find a symmetric matrix P and a skew-symmetric matrix Q so that they satisfy $M = P + Q$. Here, P and Q are called symmetric and skew-symmetric matrices if they satisfy ${}^tP = P$ and ${}^tQ = -Q$, respectively, and ${}^tR$ denotes the transpose of a square matrix R.

(2) Let A and B be symmetric and skew-symmetric matrices, respectively.

(2-1) When A is invertible, show A^{-1} is a symmetric matrix.

[redacted]

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 2 (Question 2)

以下の 2 変数関数を考える.

$$f(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2+1}$$

(1)　$f(x,y)$ の最大値を求めよ.

(2)　$(x,y) = (\alpha,\beta)$ を (1) の最大値を与える点とする. 以下の極限を求めよ.

$$\lim_{(x,y)\to(\alpha,\beta)} \frac{f(x,y)-f(\alpha,\beta)}{\sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2}}$$

Consider the following function of two variables.

$$f(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2+1}$$

(1)　Find the maximum value of $f(x,y)$.

(2)　Let $(x,y) = (\alpha,\beta)$ be a maximum point of the problem (1). Evaluate the following limit.

$$\lim_{(x,y)\to(\alpha,\beta)} \frac{f(x,y)-f(\alpha,\beta)}{\sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2}}$$

2023年4月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
[redacted]

(1) 非負の確率変数 X が次のようなパラメータ λ をもつ指数分布関数に従うものとする．

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad (x > 0).$$

ただし，λ は正定数である．

[redacted]

(2) [redacted]

(b) $i = \sqrt{-1}$ としたとき，X の特性関数 $\varphi(u)$ $\mathrm{E}[e^{iuX}]$ を求めよ．

X と Y はそれぞれ確率分布 $F_X(x)$, $F_Y(y)$ をもつ独立な確率変数であり，$X+Y$ の確率分布を次のような

(1) Let X be a non-negative random variable having the following exponential distribution function with parameter λ.

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad (x > 0),$$

where λ is a positive constant.

(a) Derive the mean and variance of the random variable X.

(b) Let $i = \sqrt{-1}$. Derive the characteristic function of X, $\varphi(u) = \mathrm{E}[e^{iuX}]$.

(2) Let X and Y be the independent random variables having the probability distribution functions, $F_X(x)$ and $F_Y(y)$, respectively. For the probability distribution of $X+Y$, define the Stieltjes convolution

$$P(X+Y \leq \xi) = \int\int_{x+y\leq\xi} dF_X(x)dF_Y(y).$$

(a) When X and Y are independent and identically distributed exponential random variables with parameter λ, derive the probability density function of $X+Y$.

(b) When X and Y are independent exponential random variables with parameters λ_1 and λ_2 ($\lambda_1 \neq \lambda_2$), respectively, derive the probability density function of $X+Y$.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 4 (Question 4)

集合 G と G 上の二項演算 $\cdot$ に対して，以下の (i)〜(iv) を満たす $(G, \cdot)$ を群と呼ぶ．

(i) すべての $a, b \in G$ に対して，$a \cdot b \in G$ を満たす．

(ii) すべての $a, b, c \in G$ に対して，$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ を満たす．

(iii) ある $e \in G$ が存在して，すべての $a \in G$ に対して，$a \cdot e = e \cdot a = a$ を満たす．

(iv) すべての $a \in G$ に対して，$a \cdot b = b \cdot a = e$ を満たす $b \in G$ が存在する．

(iii) における e を群 $(G, \cdot)$ の単位元と呼ぶ．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$，$Y = \{1, 2\}$ に対して関数 $f : X \to Y$ が，$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 2, f(4) = 1$ と定

[redacted]

2023年4月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

[redacted]

(2023年1月26日実施 / January 26, 2023)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

試験時間：13時30分～15時30分　(Examination Time : From 13:30 to 15:30)

受験上の注意事項

[redacted]

[redacted]

1. There are 9 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Select 3 questions from Question 1 through Question 6 and answer these questions. Also answer Question 7 in addition to the selected 3 questions. Never fail to fill in the Question Number in each answer sheet. Moreover, mark the Question Number that you have selected with a circle in the Mark Column in the Table on the cover of the answer sheets.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 1 (Question 1)

2 元通信路を図 1 に示す．次の問 (1)-(3) に答えよ．ただし，X における記号出現確率を $P(x_1) = r$，$P(x_2) = 1 - r$ とする．

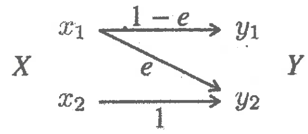

図 1: 2 元通信路

(1) 図 1 の通信路行列を示せ．

(2) 図 1 において，確率 $P(x_1, y_2)$ および $P(y_1)$ をパラメータ e と r を用いて求めよ．

(3) 図 1 における相互情報量 $I(X;Y)$ をパラメータ e と r を用いて表せ．

Fig.1 shows a binary channel. Answer the following questions (1) - (3). Here, probabilities of symbols in X are $P(x_1) = r$, and $P(x_2) = 1 - r$.

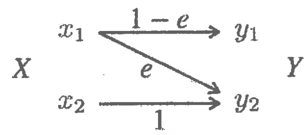

Fig.1: Binary channel

(1) In Fig.1, show the channel matrix.

(2) In Fig.1, show the following probabilities; $P(x_1, y_2)$ and $P(y_1)$ using parameters e and r.

(3) In Fig.1, obtain mutual information $I(X;Y)$ using parameters e and r.

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 2 (Question 2)

[redacted]

(1) [redacted]

[redacted]

のように $T=$ aaabaaabc の 2 文字目と 6 文字目の位置に $P=$ aab を見つける問題である．以下の問いに答えよ．

テキスト $T=$ aaabaaabc とパターン $P=$ aab に対して **Naive-Algorithm**(T, P) を実行するときの文字列比較を列挙し，比較回数を書け．

(2) n 文字のテキスト T と m 文字のパターン P に対する **Naive-Algorithm** の時間計算量を示せ．

(3) 3 つの文字列 $P=$ aab, $Q=$ abc，および $R=$ aaa それぞれに対して，次式で定義される $\pi[1]$，$\pi[2]$，$\pi[3]$ を求めよ．ただし，$q \geq 0$ に対して P_q は文字列 P の先頭から長さ q の部分列とする．

[redacted]

(4) P に対して求めた π を使うアルゴリズムを **Prefix-Algorithm**(T, P, π) に示す．(1) と同じテキスト T とパターン P に対して **Prefix-Algorithm** を実行する．i が変化するときの i と q の値を列挙せよ．

(5) n 文字のテキスト T と m 文字のパターン P に対する **Prefix-Algorithm** の時間計算量を推定せよ．

The problem of findig all occurrences of a pattern $P[1..m]$ in a text $T[1..n]$ is called the string-matching problem. [redacted]

[redacted]

Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023年1月26日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 3 (Question 3)

「n 個の異なるものから k 個選ぶ場合の数」は $_nC_k$ と表記され，$_nC_k$ $\frac{\quad}{(n-k)!k!}$ で求めることができる．また $0! = 1$ とする．

$_nC_k$ はパスカルの三角形を用いても求めることができる．Listing 1 に示した関数 ptoc は，最初の 10 段の

[redacted]

パスカルの三角形を作成・出力するものであり，$\mathtt{k} \leq \mathtt{n}$ かつ n がある範囲内の場合，作成されたパスカルの三角形の中から引数で設定した n と k に対応する $_nC_k$ の値を見つけて返す．Listing 2 は，関数 ptoc が出力するパスカルの三角形を示している．以下の問いに答えよ．

(1a)　$_4C_2$ および $_8C_4$ を求めよ．

(1b)　関数 ptoc で求めることができる $_nC_k$ の中で，最大値とそのときの n および k を答えよ．

(1c)　Listing 1 の (1c-1) 欄を埋めて，関数 ptoc の戻り値（$_nC_k$ の値）を設定せよ．

(1d)　関数 ptoc では，指定された n および k に対して，無駄な計算とメモリ確保をしている．この無駄が

Listing 1: function ptoc

```
int ptoc(int n, int k) {
    int i, j, m = 10;
    int **tp;

    if(n < 0 & n >= m) exit(1);

    tp = malloc(sizeof(int *) * m);
    if (tp == NULL) exit(1);

    for (i = 0; i < m; i++) {
        tp[i] = (int *)malloc(sizeof(int) * m);
        if (tp[i] == NULL) exit(1);
        for (j = 0; j < m; j++) {
            if (j == i) {
                tp[i][j] = 1;
                break;
            } else if (j == 0) {
                tp[i][j] = 1;
            } else {
                tp[i][j] = tp[i - 1][j - 1] + tp[i - 1][j];
            }
        }
    }
    for (i = 0; i < m; i++) {
        for (j = 0; j < m; j++) {
            printf("%5d", tp[i][j]);
            if (j == i) break;
        }
        printf("\n");
    }

    return [ (1c-1) ];
}
```

Listing 2: result1

```
    1
    1    1
    1    2    1
    1    3    3    1
    1    4    6    4    1
    1    5   10   10    5    1
    1    6   15   20   15    6    1
    1    7   21   35   35   21    7    1
    1    8   28   56   70   56   28    8    1
    1    9   36   84  126  126   84   36    9    1
```

Listing 3: result2

```
    1
    1    1
    1    2    1
    1    3    3    1
    1    4    6    4
    1    5   10   10
    1    6   15   20
```

Listing 4: function crec

```
int crec(int n, int k) {
    if ( [ (2b-1) ] ) return 1;
    return crec( [ (2b-2) ] ) + crec( [ (2b-3) ] );
}
```

2023年4月入学（April 2023 Admission）

広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University

Entrance Examination Booklet (General Selection)

（2023年1月26日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 4 (Question 4)

4ビットの2進数 $X = x_3x_2x_1x_0$ は0から15の整数値をとる．$0 \leq X \leq 8$ のとき0を出力し，$9 \leq X \leq 15$ のとき1を出力する組み合わせ回路 C をつくりたい．

[illegible]

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 5 (Question 5)

線形回帰モデル $Y_i = \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \quad (i = 1, \ldots, n)$ を考える．ここで，$\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p$ は回帰係数，$\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p$ は説明変数であり，$\boldsymbol{\varepsilon} := (\varepsilon_1 \ldots \varepsilon_n)^T$ は平均 $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$，分散共分散行列 $\Sigma \in \mathbb{R}^{n\times n}$ の多変量正規分布から抽出される確率変数である．すなわち，$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$ である．測定値 $(y_i, \mathbf{x}_i) \ (i = 1, \ldots, n)$ に対して，$\hat{\boldsymbol{\beta}} := (X^TX)^{-1}X^T\mathbf{y}$ と定義する．ここで

$$X := \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \mathbf{x}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times p},\ \mathbf{y} := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$ である．$\mathrm{rank}(X) = p$ を仮定する．

(1) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は，$\arg\min\limits_{\boldsymbol{\beta}} (\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})$ の解となることを示せ．つまり，$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は $\boldsymbol{\beta}$ の最小二乗推定量となる．

(2) $p = 1$ の場合，$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_i^2$ となることを示せ．

[redacted]

(4) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ の分散共分散行列 $\mathrm{Var}[\hat{\boldsymbol{\beta}}]$ を求めよ．

(5) 不均一分散 (heteroscedasticity) とは何か説明せよ．また，問題の線形回帰モデルが不均一分散を持つような Σ の例をひとつあげよ．

Consider the linear regression model $Y_i = \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \quad (i = 1, \ldots, n)$, where $\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p$ is the regression coefficient

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \mathbf{x}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Assume that $\mathrm{rank}(X) = p$.

(1) Show that $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ is the solution of $\arg\min\limits_{\boldsymbol{\beta}} (\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - X\boldsymbol{\beta})$. That means $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ is the ordinary least squares solution.

(2) Consider the case $p = 1$. Show that $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_i^2$.

(3) Show that $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ is an unbiased estimator of $\boldsymbol{\beta}$.

(4) Determine $\mathrm{Var}[\hat{\boldsymbol{\beta}}]$, i.e. the covariance matrix of $\hat{\boldsymbol{\beta}}$.

(5) Explain what heteroscedasticity is, and give an example for Σ that models heteroscedasticity.

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 6 (Question 6)

(1) 多クラス分類を目的とするニューラルネットワークでは，出力層には以下のように定義されたソフトマックス関数がよく用いられる．

$$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_j \exp(z_j)}$$

[redacted]

$$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_j \exp(z_j)}$$

where $\mathbf{z}$ is a vector and z_i is its i-th element ($\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i$ represents the i-th output when vector $\mathbf{z}$ is input to the softmax function).

Show that the softmax function has the following property:

$$\mathrm{softmax}(\mathbf{z})_i = \mathrm{softmax}(\mathbf{z} + \mathbf{c})_i$$

where $\mathbf{c}$ is a vector, with all its elements equal to a scalar constant c.

Also, show how the above property of the softmax function can be used to avoid overflow if any of the input values to the softmax function becomes very large.

(2) [redacted]

2023 年 4 月入学（April 2023 Admission）
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)
（2023 年 1 月 26 日実施 / January 26, 2023）

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II

プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M

問題 7 (Question 7)

卒業研究またはこれまでに従事した研究課題について，400 字程度で簡潔にまとめよ．もしそれらを行っていない場合は，興味を持った情報科学に関する最近の話題を一つ選び，その概要とともに，興味を持った理由を 400 字程度で説明せよ．解答は別紙解答用紙に記入せよ．

Describe the outline of your undergraduate study or the research project you were engaged in, in approximately 200 words. If you have never been engaged in them, then choose one of the recent topics on Informatics and Data Science you are interested in, and explain, as well as its outline, why the topic interested you in approximately 200 words. Write your answer on the answer sheet.