

2021年10月入学、2022年4月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)  
Question Sheets

(2021年8月26日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Examination Subject	情報科学 (専門科目 I) Information and Data Science	プログラム Program	情報科学 Information and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間：9時00分～11時00分 (Examination Time : From 9:00 to 11:00)

#### 受験上の注意事項

- この問題用紙は表紙を含み5枚あります。
- 表紙および各ページに、受験番号を記入してください。
- これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
- 解答が書ききれないときは、同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし、その場合は「裏に続く」と記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
- すべての問題に解答してください。
- 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
- 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

#### Notices

- There are 5 question sheets including a front sheet.
- Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
- This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学( October 2021 and April 2022 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期(一般選抜)専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

( 2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 1 (Question 1)

(1)  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$  のすべての固有値と固有ベクトルを求めよ. ただし,  $\alpha \neq 0$  は実数とする.

(2)  $A^k$  を求めよ. ただし,  $k$  は正の整数とする.

(3) 實正方行列  $X$  に対して, 行列の指數関数を

$$\exp(X) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} X^k = E + X + \frac{1}{2!} X^2 + \cdots$$

で定義する. これは, すべての行列  $X$  に対して収束することが知られている. ただし,  $E$  は単位行列である.

$$\exp(A) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

となることを示せ.

(1) Find all the eigenvalues of a matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$  and the corresponding eigenvectors. Here  $\alpha \neq 0$  is a real number.

(2) Find  $A^k$ . Here  $k$  is a positive integer.

(3) For real square matrix  $X$ , exponential function is defined as

$$\exp(X) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} X^k = E + X + \frac{1}{2!} X^2 + \cdots$$

It is known that this function converges for all matrices  $X$ . Here  $E$  is the identify matrix.

$$\text{Show that } \exp(A) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Examination Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

2 変数関数  $F(x, y) = x^2 + 2\beta xy + y^2$  について以下の問い合わせよ。

- (1)  $(x, y) \neq (0, 0)$ において  $F(x, y) > 0$  となる  $\beta$  の範囲を求めよ。
- (2)  $\beta$  が (1) の範囲内にあるとして、以下の広義積分の値を求めよ。

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \iint_{D_\epsilon} \log \sqrt{F(x, y)} \, dx dy$$

ただし、 $\epsilon > 0$ ,  $D_\epsilon = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \epsilon^2 \leq F(x, y) \leq 1\}$ .

Answer the following questions for a function of two variables  $F(x, y) = x^2 + 2\beta xy + y^2$ .

- (1) Determine the range of  $\beta$  so that  $F(x, y) > 0$  at  $(x, y) \neq (0, 0)$ .
- (2) Under the assumption that  $\beta$  is in the range of the question (1), evaluate the following improper integral.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \iint_{D_\epsilon} \log \sqrt{F(x, y)} \, dx dy,$$

where  $\epsilon > 0$  and  $D_\epsilon = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \epsilon^2 \leq F(x, y) \leq 1\}$ .

2021 年 10 月入学、2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University

Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 I) Informatics and Data Science I	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 4 (Question 4)

平面的グラフの次のような自然な一般化を考えよう。グラフ  $G$  は、ユークリッド平面上に各辺が高々 1 本の他の辺と交差するように描画できるとき 1-平面的であるという。ただし任意の 3 辺が 1 点で交差することは許されないものとする。

- (1) 1-平面的ではあるけれども平面的ではないグラフの例を示しなさい。ただし、そのグラフが平面的ではないことの理由も付記すること。

- (2) 定義より、任意の平面的グラフは 1-平面的である。頂点数 6 以下の任意のグラフが 1-平面的であることを証明しなさい。

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)  
Question Sheets

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学(専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

試験時間：13 時 30 分～15 時 30 分 (Examination Time : From 13:30 to 15:30)

受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み 9 枚あります。
2. 表紙および各ページに、受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは、同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし、その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. 問題 1～6 の中から 3 問選択して解答してください。これに加えて、問題 7 に解答してください。解答は問題番号順に並

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

### 問題 1 (Question 1)

$n$  ビット幅のメモリの各ワードにおいて高々 1 ビット誤りの可能性があるとする。次の問い合わせ (1)–(3) に答えよ。

- (1) 8 ビットメモリに 1 ビットのパリティビットを付加し、この値を 8 ビットすべての排他的論理和とすることにより、1 ビットの誤り検出が実現できる。同様にして、4 ビットのパリティビット  $P_1, P_2, P_3, P_4$  を用いて、各  $P_i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) に適切な排他的論理和を設定することにより、12 ビット (8 ビットメモリ + 4 ビットパリティ) の 1 ビット誤り訂正が実現できる。これを実現するために、次の表の  $P_3, P_4$  に適切な排他的論理和を計算するビットにチェック印を入れ、それを解答用紙に転写せよ。

	1	2	3	4	5	6	7	8
$P_1$	✓	✓	✓				✓	✓
$P_2$	✓			✓	✓		✓	✓
$P_3$								
$P_4$								

- (2)  $d = (10111100)$  をメモリに記憶する場合の各  $P_i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) の値を (1) に基づいて示し、パリティを含めた 12 ビットの  $d + P_1P_2P_3P_4$  に 1 ビット誤りが起こった場合にどのようにして訂正できるかを、例を用いて説明せよ。
- (3) パリティビット 4 ビットのままで、パリティビットを含めて最大何ビット幅のメモリまで 1 ビット誤りを訂正できるか説明せよ。

Assume at most a single-bit error in a word of  $n$ -bit width memory. Answer the following questions (1)–(3).

- (1) It is possible to detect a single-bit error in an 8bit memory using an additional parity bit of which value is obtained by exclusive-or for all 8bits. Similarly, it is possible to correct a single-bit error using four additional parity bits  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , of which values are obtained by exclusive-or for relevant selected bits in 12bit width memory (8bit memory + 4bit parity). In order to realize such error correction, show the settings of exclusive-or for  $P_3$  and  $P_4$  by entering checks in the following table, and then copy it in your answer sheet for this problem.

	1	2	3	4	5	6	7	8
$P_1$	✓	✓	✓				✓	✓
$P_2$	✓			✓	✓		✓	✓
$P_3$								
$P_4$								

- (2) Based on (1), show values of  $P_i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) in case of storing  $d = (10111100)$ . Then, explain how to correct a single bit error in  $d + P_1P_2P_3P_4$  that is a 12bit value containing parity bits by using an example.
- (3) By using the four parity bits and a single-bit error correction, show and explain the maximum number of memory width containing parity bits.

2021 年 10 月入学、2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 2 (Question 2)

集合の中で  $i$  番目に小さい要素を探すアルゴリズムを  $\text{Select}(A, p, r, i)$  に示す。 $\text{Select}(A, p, r, i)$  は配列  $A$  の部分配列  $A[p]$  から  $A[r]$  のうち  $i$  番目に小さい要素を返す。ただし、集合の要素は配列  $A$  に整列せずに置かれているとする。また、配列  $A$  の先頭要素を  $A[1]$  で表す。

- (1) 配列  $A = \{35, 19, 3, 12, 6, 20, 5, 30, 34, 17\}$  に対して  $\text{Select}(A, 1, 10, 3)$  が返す値を書け。
- (2) (1) の配列  $A$  に対して  $\text{Select}(A, 1, 10, 3)$  を呼び出すと、 $\text{Select}$  が再帰的に呼び出される。最初の呼出しを含めて、 $\text{Select}$  の呼出しごとのパラメータ  $A, p, r, i$  の値を書け。ただし、配列  $A$  についてはすべての要素を書くこと。
- (3) 空欄  ,  ,  を適切に埋めよ。
- (4) 昇順に整列された  $n$  要素の配列  $A$  をパラメータにして  $\text{Select}(A, 1, n, 1)$  が呼び出されたとき、 $\text{Partition}$  の 4 行目の比較が行われる回数を数えよ。
- (5)  $n$  個の要素の集合に対する  $\text{Select}$  の期待計算時間をビッグ  $O$  記法で示し、その理由を簡潔に説明せよ。

2021 年 10 月入学、2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 3 (Question 3)

以下の一連の処理 a～c は、 $N$  が正の奇数の場合、 $N \times N$  の魔方陣を作る手続きの一つである。この手続きを C 言語のプログラムにしたもののが実行結果を図 1 に、そのソースコードを図 2 に示す（このプログラムは正の奇数が入力されたときのみ正しく動作する）。なお、魔方陣とは、図 1 に示すもののように、 $N \times N$  個の正方形の方陣に数字を配置し、縦・横・対角線のいずれの列についても、その列の数字の合計が同じになるものである。特に 1 から方陣のマスの総数  $N^2$  までの数字を 1 つずつ過不足なく使ったものを言う。

[処理 b] 前のステップで入れたセルの右上のセルに次の数を入れる。右上が埋まっているなら、前のステップで入れたセルの下のセルに次の数を入れる

[処理 c] 最後の数 ( $N^2$ ) を入れるまで処理 b を繰り返す。

ただし、最上段のセルのさらに上は最下段のセル、最下段のセルのさらに下は最上段のセル、一番右のセルのさらに右は一番左のセルとなる。以下の問い合わせに答えよ。

- (1)  $N = 3$  のとき、上記の手続きで作成される魔方陣を答えよ。
- (2) 図 2 のプログラムの空欄 (2-1)～(2-9) をすべて答えよ。((2-1) は 3箇所に現れ、すべてに同じものが入る)

The series of operations a-c in the following is a procedure for constructing an  $N \times N$  magic square when  $N$  is a positive odd number. Figure 1 shows an execution result of this procedure as a C program, and Figure 2

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 int main(void) {
5     int n, **array = NULL;
6     int i, j; // the position of the target cell
7     int nexti, nextj; // the next position of the target cell
8     int size; // the size of the magic square
9
10    /* ask the size of the magic square */
11    printf("input a positive odd number: ");
12    scanf("%d", &size);
13
14    /* dynamically allocate an array for the magic square */
15    array = (int **)malloc(sizeof(int *) * (2-1));
16    if (array == NULL) return -1;
17    for (i = 0; i < (2-1); i++) {
18
19        /* allocate memory for the row */
20        }
21
22        /* initialize the array for the magic square */
23        for (i = 0; i < size; i++) {
24            for (j = 0; j < size; j++) {
25                array[i][j] = 0;
26            }
27        }
28
29        /* make a magic square */
30
```

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 4 (Question 4)

$n$  ビットポップカウント回路  $P_n$  は、 $n$  ビットの入力  $X = x_0x_1 \dots x_{n-1}$  と  $m$  ビットの出力  $S = s_{m-1} \dots s_1s_0$  をもつ。ここで、 $m$  は  $n \leq 2^m - 1$  を満たす最小の整数である。このポップカウント回路は、入力の 1 の個数を求める。その値を 2 進数で出力する。例えば、 $P_7$  は、入力が  $X = 1101111$  のとき、1 の個数が 6 なので、出力は  $S = 110$  となる。

- (1)  $P_3$  の真理値表 (図 1) を完成させよ。
- (2) 2 個の 2 ビットの 2 進数  $A = a_1a_0$  と  $B = b_1b_0$ 、および 1 ビットの 2 進数  $C = c_0$  を入力し、合計  $A + B + C$  を求め、その値を 3 ビットの 2 進数  $S = s_2s_1s_0$  で出力する回路を設計したい。例えば、入力  $A = 10$ ,  $B = 01$ ,  $C = 1$  のとき、 $S = 100$  が出力される。この回路を 2 個の  $P_3$  を用いて設計せよ。 $P_3$  の回路記号 (図 2) を用いた回路図を図示すること。
- (3) 4 個の  $P_3$  を用いて  $P_7$  を設計せよ。
- (4) 2 個の  $P_7$  と 3 個の  $P_3$  を用いて  $P_{15}$  が設計できることを説明せよ。
- (5)  $P_{2^{m-1}}$  ( $m \geq 2$ ) を  $P_3$  のみ用いて設計することができる。 $P_{2^{m-1}}$  を設計するのに必要な  $P_3$  の個数を示せ。(ヒント: 2 個の  $P_{2^{m-1}-1}$  と複数の  $P_3$  を用いて  $P_{2^{m-1}}$  を設計することができる。)

An  $n$ -bit popcount circuit  $P_n$  has  $n$ -bit input  $X = x_0x_1 \dots x_{n-1}$  and  $m$ -bit output  $S = s_{m-1} \dots s_1s_0$ , where  $m$  is the minimum integer satisfying  $n \leq 2^m - 1$ . A popcount circuit counts the number of 1's in the input and outputs the resulting value as a binary number. For example,  $P_7$  outputs  $S = 110$  for an input  $X = 1101111$ , because the number of 1's is 6.

- (1) Complete the truth table (Figure 1) of  $P_3$ .
- (2) Let us design a circuit such that, for two 2-bit binary numbers  $A = a_1a_0$  and  $B = b_1b_0$ , and a 1-bit binary number  $C = c_0$ , the sum  $A + B + C$  is computed, and the resulting sum is output as a 3-bit binary number

2021 年 10 月入学, 2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

問題 5 (Question 5)

単純回帰モデル  $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) を考える。ただし,  $\alpha$  は切片,  $\beta$  は回帰係数,  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  は互いに独立に平均 0, 分散  $\sigma^2$  の正規分布に従う確率変数である。以下では, 簡略化のために,  $\alpha = 0$ ,  $\sigma^2$  は既知であると仮定する。説明変数  $x_i$  はランダムではなく, 固定であると仮定する。なお, 平均 0, 分散  $\sigma^2$  の正規分布の確率密度関数  $f(u)$  は以下である。

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}$$

- (1) 単回帰モデルでの尤度関数  $L(\beta)$  の対数を求めよ。
- (2) 最尤法による  $\beta$  の推定量が,  $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n Y_i x_i \Big/ \sum_{i=1}^n x_i^2$  で表されることを示せ。
- (3)  $\hat{\beta}$  の不偏性を示せ。つまり,  $\mathbb{E}[\hat{\beta}] = \beta$  を示せ。
- (4)  $\hat{\beta}$  の分散が,  $\text{Var}[\hat{\beta}] = \mathbb{E}[(\hat{\beta} - \mathbb{E}[\hat{\beta}])^2] = \sigma^2 \Big/ \sum_{i=1}^n x_i^2$  で表されることを示せ。

Consider the simple linear regression model  $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), where  $\alpha$  is the intercept,  $\beta$  is the regression coefficient,  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  are independent normally distributed random variables with mean 0 and variance  $\sigma^2$ . In the following, for simplicity, it is assumed that  $\alpha = 0$ , and  $\sigma^2$  is known. It is supposed that the explanatory variable  $x_i$  is not a random variable and it is fixed. Note that the probability density function  $f(u)$  of the normal distribution with mean 0 and variance  $\sigma^2$  is

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}.$$

- (1) Write down the log of the likelihood function  $L(\beta)$  for the simple linear regression model.
- (2) Show that the maximum likelihood estimator  $\hat{\beta}$  is given by  $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n Y_i x_i \Big/ \sum_{i=1}^n x_i^2$ .
- (3) Show that the bias of  $\hat{\beta}$  is zero, i.e.  $\mathbb{E}[\hat{\beta}] = \beta$ .
- (4) Show that the variance of  $\hat{\beta}$  is given by  $\text{Var}[\hat{\beta}] = \mathbb{E}[(\hat{\beta} - \mathbb{E}[\hat{\beta}])^2] = \sigma^2 \Big/ \sum_{i=1}^n x_i^2$ .

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目 Subject	情報科学 (専門科目 II) Informatics and Data Science II	プログラム Program	情報科学 Informatics and Data Science	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	---	------------------	--------------------------------------	---------------------------	---

### 問題 6 (Question 6)

- (1) 入力実数ベクトル  $\mathbf{x}_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) とそれに対する教師信号  $t_i \in \{1, 0\}$  ( $i = 1, \dots, N$ ) が与えられたとき, 次式のような分類モデルを考える.

$$P(t_i = 1|\mathbf{x}_i) = \sigma(f(\mathbf{x}_i)), \quad P(t_i = 0|\mathbf{x}_i) = 1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i))$$

ここで,  $\sigma(\cdot)$  はシグモイド関数すなわち  $\sigma(a) = \frac{1}{1+e^{-a}}$  を示す. また,  $f(\mathbf{x}_i)$  は入力ベクトル  $\mathbf{x}_i$  と重みパラメータベクトル  $\mathbf{w}$  の内積すなわち  $f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i$  とする. いま, 次式のような負の対数尤度について考える.

$$E = - \sum_{i=1}^N \{ t_i \log \sigma(f(\mathbf{x}_i)) + (1 - t_i) \log(1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i))) \} \quad (a)$$

このとき, 次式が成り立つことを示せ.

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = \sum_{i=1}^N (\sigma(f(\mathbf{x}_i)) - t_i) \mathbf{x}_i \quad (b)$$

- (2) 式 (a) の  $E$  を最小化することにより重みパラメータベクトル  $\mathbf{w}$  を学習することを考える. このために勾配

降下法（最急降下法）を利用するとする. 式 (b) と学習率（ステップ幅） $\eta$  を用いて  $\mathbf{w}$  の更新式を示せ.

- (3) 式 (a) の  $E$  を最小化するために確率的勾配降下法を利用するとき, 前問 (2) の更新式を書き改めよ. また, 勾配降下法を用いる場合と比較して確率的勾配降下法を用いる場合の得失を簡潔に述べよ.

- (1) Given input real vectors  $\mathbf{x}_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) and the corresponding supervisory signals  $t_i \in \{1, 0\}$  ( $i = 1, \dots, N$ ), consider the following classification model:

$$P(t_i = 1|\mathbf{x}_i) = \sigma(f(\mathbf{x}_i)), \quad P(t_i = 0|\mathbf{x}_i) = 1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i))$$

where  $\sigma(\cdot)$  indicates a sigmoid function:  $\sigma(a) = \frac{1}{1+e^{-a}}$ . Let  $f(\mathbf{x}_i)$  be the inner product between an input vector  $\mathbf{x}_i$  and weight parameter vector  $\mathbf{w}$ :  $f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i$ . Now, consider the negative log-likelihood, as follows:

$$E = - \sum_{i=1}^N \{ t_i \log \sigma(f(\mathbf{x}_i)) + (1 - t_i) \log(1 - \sigma(f(\mathbf{x}_i))) \} \quad (a)$$

Show that the following equation holds:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = \sum_{i=1}^N (\sigma(f(\mathbf{x}_i)) - t_i) \mathbf{x}_i \quad (b)$$

- (2) Consider learning the weight parameter vector  $\mathbf{w}$  by minimizing  $E$  in Equation (a). Suppose the use of gradient descent (or steepest descent) for this objective. Write an equation for updating  $\mathbf{w}$  using Equation (b) and learning rate (or step size)  $\eta$ .
- (3) If stochastic gradient descent is used for minimizing  $E$  in Equation (a), rewrite the update equation in the previous problem (2). Also, briefly state the pros and cons of using the stochastic gradient descent, compared with using the gradient descent.

2021 年 10 月入学、2022 年 4 月入学 (October 2021 and April 2022 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期（一般選抜）専門科目入学試験問題  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2021 年 8 月 26 日実施 / August 26, 2021)

試験科目	情報科学 (専門科目 II)	プログラム	情報科学	受験番号	M
------	----------------	-------	------	------	---

問題 7 (Question 7)